



קיץ 2017

שם התלמיד: \_\_\_\_\_ כיתה: \_\_\_\_\_

# חוקרת קיץ במתמטיקה

## לצולפים לכיתה י'

### 4 יח"ל

- ❖ מטרת עבודת הקיץ היא לתרגל ולשמר את הידע שלמדתם בשנה האחרונה.
- ❖ חובה להגיש את העבודה בצורה מסודרת, בתיקייה שקופה ועם **פתרונות מפורטים ומלאים.**
- ❖ בתחילת שנת הלימודים הבאה יתקיים בוחן על נושאים מתוך עבודת הקיץ.

חופשה נעימה!

צוות מתמטיקה חטי"ב

### שאלה 1

לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

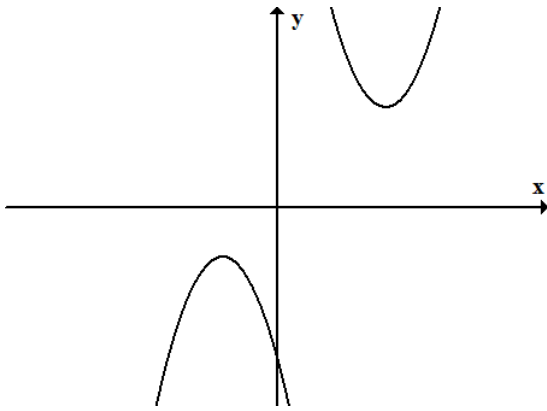
א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו? נמקו את בחירתכם.

I.  $y = x^2 - 2x + 1$  וגם  $y = -x^2 - 3x$

II.  $y = x^2 + 3$  וגם  $y = -(x + 2)^2 - 2$

III.  $y = -x^2 - 2$  וגם  $y = (x - 4)^2 + 4$

IV.  $y = (x - 4)^2 + 4$  וגם  $y = -(x + 2)^2 - 2$



- ב. חברו בקו בין נקודות הקדקוד של הפרבולות וכתבו את משוואת הישר שמתקבל. הציגו את דרך הפתרון.
- ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקדקודים של הפרבולות, הציגו את דרך החישוב.

### שאלה 2

א. אילו מהביטויים הבאים שווה ל-  $\frac{1}{8}$

- I.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$  II.  $(2^{-1})^3$  III.  $2^3$  IV.  $\frac{1^3}{2}$  V.  $2^{-3}$

ב. I. פשטו את הביטוי:  $\frac{4a - b}{b^2 - 8ab + 16a^2}$   $b \neq 4a$

II. הציבו  $a = \frac{1}{4}$ ,  $b = -2$  וחשבו את ערך הביטוי.

ג. רשמו תחום הצבה ופשטו את הביטוי:  $\frac{2x^2 - 8x}{x^2 - 3x - 4} : \frac{x^3}{x^2 - 1}$

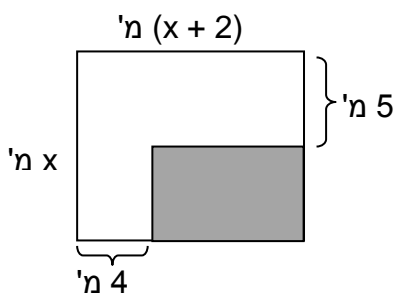
### שאלה 3

נתון מגרש מלבני שבו צלע אחת ארוכה ב- 2 מטרים מצלע שנייה.

בנו במגרש מבנה מלבני ששטחו מהווה  $\frac{1}{3}$  משטח המגרש כולו

(המבנה מסומן בשרטוט באפור).

היעזרו בנתונים הרשומים על גבי השרטוט כדי לחשב את מידות המגרש. הסבירו מדוע רק אחד הפתרונות שקבלתם מתאים לתנאי הבעיה.





**שאלה 4**

לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה  $f(x)$ :

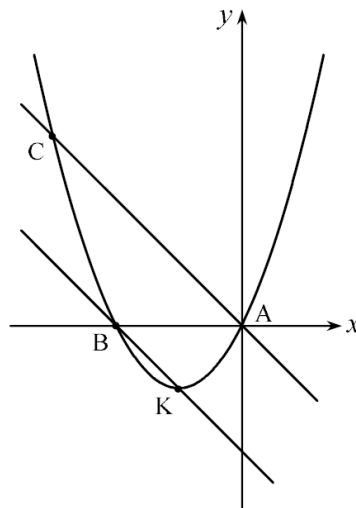
הצגה סטנדרטית  
 $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

הצגה כמכפלה  
 $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

הצגה מוזזת  
 $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$

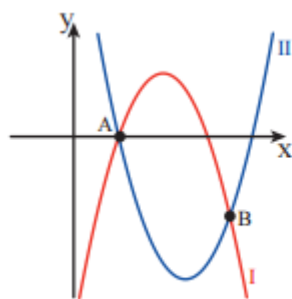
- א. הראו כי שלוש ההצגות מתארות אותה הפונקציה.  
ב. הסתמכו על המידע הנתון בשלוש ההצגות, ומצאו את:
- שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים
  - משוואת ציר הסימטריה
  - שיעורי נקודת הקודקוד.
- ג. שרטטו סקיצה של הגרף של  $f(x)$ , וסמנו בה את הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.

**שאלה 5**



- נתון גרף הפונקציה  $y = x^2 + 2x$ .  
הנקודה K היא קדקוד הפרבולה.  
נתון:  $AC \parallel BK$ .  
הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.  
(א) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-K.  
(ב) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-C.  
(ג) מצא את שיעורי הנקודה C.  
(ד) חשב את שטח  $\triangle ABC$ .

**שאלה 6**



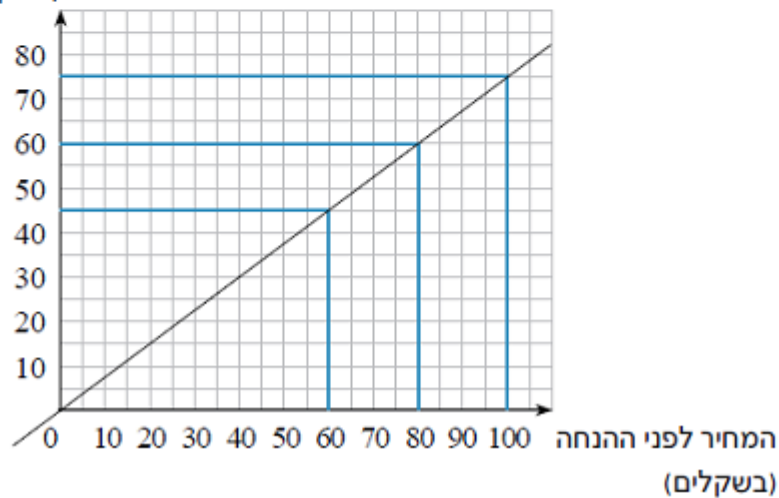
- בשרטוט הגרפים של הפונקציות:  
 $g(x) = -x^2 + 8x - 12$ ,  $f(x) = x^2 - 10x + 16$   
א. התאימו גרף לכל פונקציה.  
ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.  
ג. מצאו את אורך הקטע AB (הדרכה: היעזרו במשולש ישר זווית).  
ד. באיזה תחום מתקיים  $f(x) > g(x)$ ?

**שאלה 7**

בגרף שלפניכם מתוארת הוזלת מחירים באחוז הנחה מסוים.

- א מהו המחיר החדש של מוצר שמחירו הקודם היה 60 ₪?
- ב מה היה המחיר המקורי של מוצר שמחירו המוזל הוא 60 ₪?
- ג מהו המחיר החדש של מוצר שמחירו הקודם היה 100 ₪? בכמה שקלים הוזל המחיר של המוצר?
- ד בעזרת תשובתכם לסעיף ג' קבעו את אחוז ההנחה המתואר.
- ה מהי הפונקציה המתארת את ירידת המחירים?

המחיר אחרי ההנחה  
(בשקלים)



**שאלה 8**

1. מצא את הפונקציה הקווית העוברת בנקודה  $(3,2)$  והגרף שלה מקביל לישר העובר דרך הנקודות  $(4,2)$ ,  $(6,8)$ .
2. הישר  $y = 2x - 6$  חותך את ציר  $x$  בנקודה A. הישר  $2y + 3x = 10$  חותך את ציר  $y$  בנקודה B. מצא את משוואת הישר העובר בנקודות A ו-B.
3. סדרו את הביטויים הבאים בצורה  $y = ax + b$ :  
 א)  $4y - 3x = -8$       ב)  $y = x - \frac{3x+8}{4}$
4. נתון ישר החותך את ציר  $y$  בנקודה  $(0,-2)$  ושיפועו שווה 0.5, מצא את שיעור  $y$  של הנקודה  $A(3, y)$  הנמצאת על הישר.
5. מצא את הפונקציה הקווית שהגרף שלה עובר דרך ראשית הצירים ומקביל לגרף הפונקציה  $y = \frac{1}{2}x - 3$ .

**שאלה 9**

בארץ זדלנד כשמשותמשים בשירות של מונית 'ספיישלי' משלמים מחיר קבוע של 20 זדים לנסיעה ותוספת של 0.4 זד לכל ק"מ.

כמו כן כאשר יש עיכוב בדרך (למשל, פקק תנועה), משלמים גם בעבור זמן העיכוב, לפי תעריף של 30 זדים לכל שעת עיכוב או חלק ממנה.

מר זהבי נוהג לנסוע מדי פעם במונית 'ספיישלי' ממקום עבודתו אל ביתו.

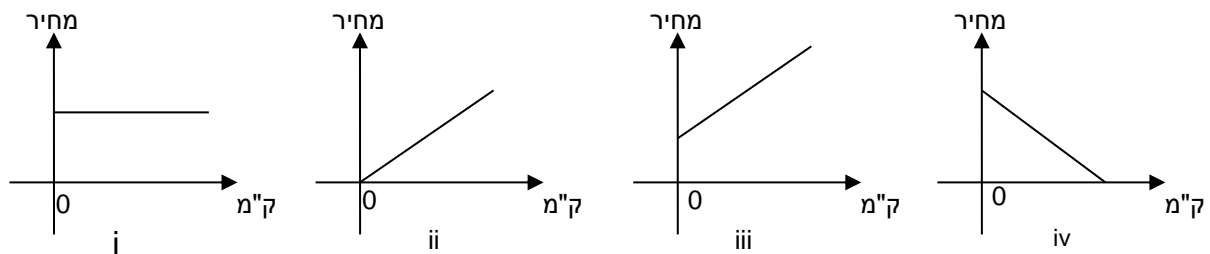
הוא יכול לבחור לנסוע באחת משתי הדרכים האלה :

דרך א – הדרך הקצרה : אורכה 45 ק"מ, ויש בה בדרך כלל עיכוב של 20 דקות בגלל פקק תנועה.

דרך ב – הדרך הארוכה : אורכה 60 ק"מ, אך בדרך כלל אין בה עיכוב.

א. באיזו דרך יבחר מר זהבי אם הוא מעוניין לשלם את התשלום הנמוך ביותר האפשרי?  
הסבירו את תשובתכם.

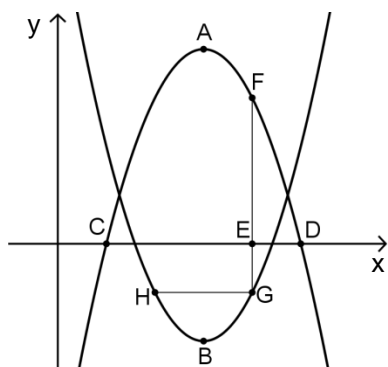
ב. איזה מהגרפים המשורטטים כאן יכול לייצג את המחיר שמשלמים הנוסעים בדרך **ב**? הסבירו.



ג. יום אחד החליט מר זהבי לנסוע בדרך ב' (הדרך הארוכה). בדרך קרתה תאונה שערכה אותו 14 דקות. אילו ידע זאת מראש, באיזו משתי הדרכים היה כדאי לו לנסוע, בהנחה שברצונו לשלם את התשלום הנמוך ביותר? הסבירו.

ד. יום אחד הציע נהג המונית למר זהבי לשלם בעבור הנסיעה 50 זדים בסך הכול, ללא הפעלת מונה. האם ההצעה כדאית למר זהבי? הסבירו.

**שאלה 10**

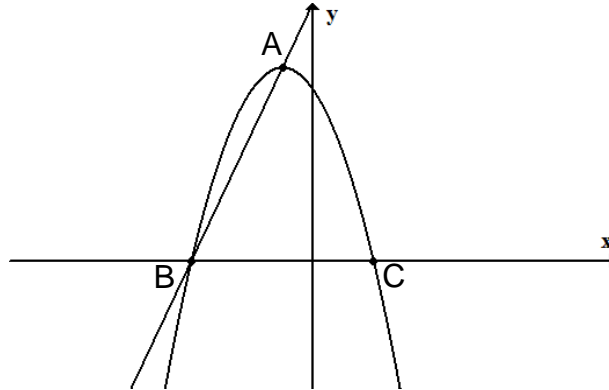


- בציורים מתוארים הגרפים של הפונקציות
- $$y = x^2 - 6x + 7 \quad y = -x^2 + 6x - 5$$
- א. חשב את שיעורי הקודקודים A ו-B ואת שיעורי הנקודות C ו-D.
- ב. מצא את המרחק בין הקודקודים.
- ג. נתון:  $EG = 1$ . חשב את EF ואת HG.
- ד. חשב את שטח משולש AED, CFG, HAB.
- ה. חשב את שטח מרובע ACBD, CHGD.

**שאלה 11**

נתונות הפונקציות:  $f(x) = (2 - x)(x + 4)$

$$g(x) = 3x + 12$$



הנקודה A היא קדקוד הפרבולה.

הנקודות B, C הן נקודות חיתוך של הפרבולה עם ציר x.

הפרבולה והישר נחתכים בנקודות A, B.

א. חשבו את שיעורי נקודה A, הציגו את דרך החישוב.

ב. שרטטו את הישר העובר דרך הנקודות A ו-C וחשבו את משוואתו, הציגו את דרך החישוב.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC, הציגו את דרך החישוב.

ד. היקף המשולש ABC הוא: (סמנו את התשובה הנכונה)

- I.  $6 + 2\sqrt{90}$  ס"מ    II.  $6 + \sqrt{180}$  ס"מ    III. 15 ס"מ    IV. 27 ס"מ

נמקו:

**שאלה 12**

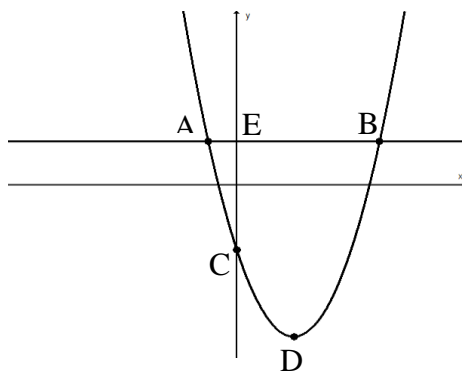
נתון גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x - 3$ ,

וכן הנקודה  $E(0,2)$

דרך הנקודה E העבירו ישר מקביל לציר

ה-x, החותך את הפרבולה בנקודות A, B.

קדקוד הפרבולה הוא בנקודה D.



א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.

ב. כתבו את משוואת הישר עליו מונח הקטע AB

ג. חשבו את אורכי הקטעים EC, AB

**שאלה 13**

פתרו את המשוואות הבאות.

- |  |  |
|--|--|
| 1) $2x^2 - 72 = 0$                               | 9) $(x-3)^2 = 5x-1$                                      |
| 2) $2x(3x-10) = 0$                               | 10) $(x+1)^2 - (2x+5)(2x-5) = 2(x+13)$                   |
| 3) $-x^2 + 9x - 8 = 0$                           | 11) $(x-8)^2 = x(x+16)$                                  |
| 4) $x^2 - x - 2 = 2x^2 - 6x + 4$                 | 12) $(x-4)(x+1) = x^2 - 3x - 4$                          |
| 5) $(x+10)(x-10) = (x+6)(x-6) + 8x$              | 13) $\frac{8x+12}{3} - \frac{4x+1}{5} = \frac{7x-12}{2}$ |
| 6) $(x-2)^2 + (x+1)(x-1) = 3+5x$                 | 14) $(x+7)^2 = x^2 + 21$                                 |
| 7) $\frac{8(x-1)}{3} + 2 - \frac{6(x-3)}{5} = 0$ | 15) $2(x-1)(x+3) - 2(x+2)^2 = -11$                       |
| 8) $(x+6)(x+4) = 2x^2 + 8x$                      | 16) $\frac{2x+1}{3} - 5x = \frac{x-72}{4}$               |

**שאלה 14**

- א. נתונה הפונקציה  $f(x) = (x-5)(x-3)$   
 מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה?  
 ב. מהו התחום בו הפונקציה עולה?  
 ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = (x-5)(3-x)$ , מהו התחום בו הפונקציה עולה?

**שאלה 15**

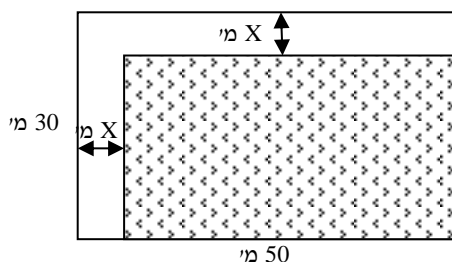
במשולש ישר זווית ניצב אחד ארוך ב-7 ס"מ מניצב שני. אורך היתר הוא 13 ס"מ.  
 חשבו את היקף המשולש.

**שאלה 16**

בחנות תכננו לארוז 1200 כוסות בארגזים. תוך כדי אריזה התברר שאפשר לארוז בכל ארגז 8 כוסות יותר מהמתוכנן ולכן היה צורך ב-5 ארגזים פחות.  
 בכמה ארגזים (באריזה המוגדלת) השתמשו כדי לארוז את הכוסות וכמה כוסות ארוזו בכל ארגז?

**שאלה 17**

על חלקת אדמה אשר ממדיה הם  $30\text{ מ} \times 50\text{ מ}$ , רוצים לנטוע בוסתן עם עצי פרי שצורתו מלבנית וצמודה לפינה, כמתואר באיור. שטח הבוסתן צריך להיות  $\frac{3}{4}$  משטח החלקה כולה. רוחב השבילים הצדדיים צריך להיות שווה. מהם ממדי הבוסתן?



**שאלה 18**

רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואות הבאות.

1)  $\frac{x}{x-4} - \frac{8}{5x-20} = \frac{1}{5}$

4)  $\frac{1}{x+3} = \frac{4}{9} - \frac{1}{x-3}$

2)  $\frac{5x}{x^2-64} - \frac{3}{x-8} = 0$

5)  $\frac{1}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{10}{x^2-4}$

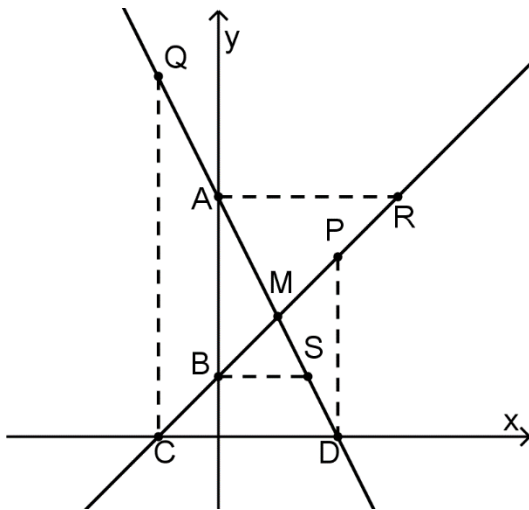
3)  $\frac{5}{x-3} - \frac{26}{x^2-9} = \frac{7}{4x-12}$

6)  $\frac{5x-3}{x^2-1} - \frac{x+2}{3x-3} = 0$

**שאלה 19**

הישרים AD ו-BC הם הגרפים של הפונקציות:

$$2y - 2x = 8, \quad y + 2x = 16$$



א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים – נקודה M.

ג. מהנקודות D ו-C העלו אנכים לציר ה-x החותכים את הישרים בנקודות P ו-Q.

מצאו את שיעורי הנקודות P ו-Q.

ד. מהנקודות A ו-B העבירו אנכים לציר ה-y, החותכים את

הישרים בנקודות R ו-S.

מצאו את שיעורי הנקודות R ו-S.

**שאלה 20**

פתרו את מערכות המשוואות הבאות.

1)  $\begin{cases} -3x - 7y = -5 \\ y = -3x + 11 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} \frac{3x+y}{4} = \frac{y-2}{5} \\ x+2y = 13 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 5x - y = -19 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

5)  $\begin{cases} 3(x-1) - 2(y+1) = -2x \\ 2(x+3) + 5y = 9 - x \end{cases}$

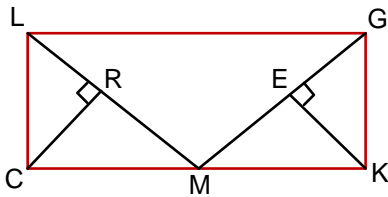
3)  $\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = 3x - 15 \end{cases}$

6)  $\begin{cases} y = 2x^2 - 6x + 9 \\ y = x^2 + 2x - 6 \end{cases}$



מקבץ שאלות בגיאומטריה

שאלה 1



נתון  $LGKC$  מלבן. הנקודה  $M$  היא אמצע הצלע  $CK$ .

$EK \perp GM, RC \perp LM$

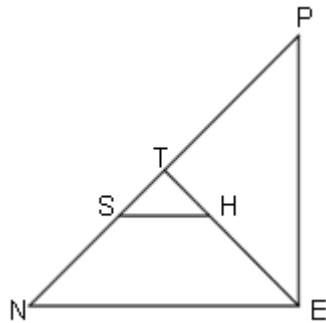
א. הוכיחו:  $\triangle LCM \cong \triangle GKM$ .

ב. הוכיחו:  $\triangle CRM \cong \triangle KEM$ .

ג. מצא בסרטוט לפחות שני משולשים שדומים למשולש  $\triangle EGK$ . רשמו אותם ונמקו את צעדיכם.

ד. הוכיחו:  $REIK$ . (רמז: מהו סוג המשולש  $\triangle REM$ ?)

שאלה 2



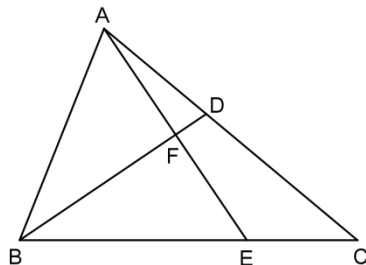
$\triangle PEN$  משולש ישר זווית ושווה שוקיים. ( $\angle E = 90^\circ$ ).

$ET$  חוצה הזווית הישרה.

דרך הנקודה  $S$  שעל היתר העבירו מקביל לניצב  $NE$ .

הוכיחו כי  $SHEN$  טרפז שווה שוקיים.

שאלה 3



$BD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ .

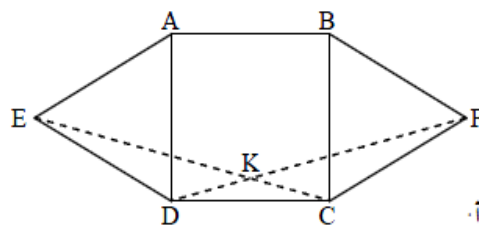
נקודה  $E$  נמצאת על נצלע  $BC$  כך שמתקיים  $BD \perp AE$ .

הוכיחו:

א.  $AF = EF$

ב. משולש  $ABE$  הוא שווה שוקיים.

שאלה 4



מרובע  $ABCD$  הוא ריבוע.

על הצלעות  $AD$  ו- $BC$

בנויים שני משולשים שווי-צלעות.

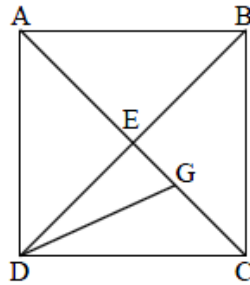
(א) חשב את זוויות משולש  $EDC$ . נמק.

(ב) הוכח:  $DK = CK$ .

(ג) הוכח:  $EC = FD$ .

תשובות: א.  $15^\circ, 15^\circ, 150^\circ$

**שאלה 5**



בריבוע ABCD נתון:

E מפגש האלכסונים,

DG חוצה  $\angle EDC$ .

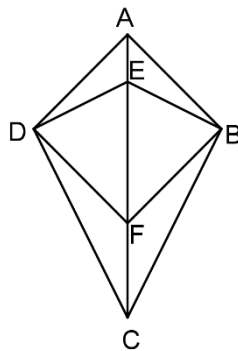
(א) חשב את זוויות  $\triangle GDC$ .

(ב) היקף הריבוע הוא 32 ס"מ.

חשב את אורך קטע AG. הסבר חישוביך.

תשובות: א.  $22.5^\circ, 45^\circ, 112.5^\circ$  ב. 8 ס"מ

**שאלה 6**

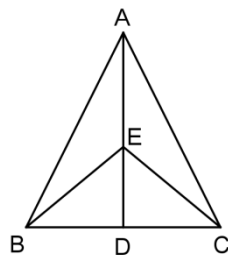


המרובע ABCD הוא דלתון ( $AB = AD, BC = DC$ ).

הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון AC.

הוכיחו: המרובע BEDF הוא דלתון.

**שאלה 7**



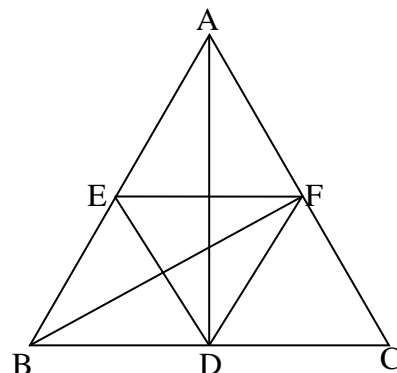
המשולש ABC הוא שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).

AD הוא הגובה לבסיס BC.

E היא נקודה על הגובה AD.

הוכיחו:  $CE = BE$ .

**שאלה 8**



משולש ABC הוא משולש שווה צלעות.

נתון:

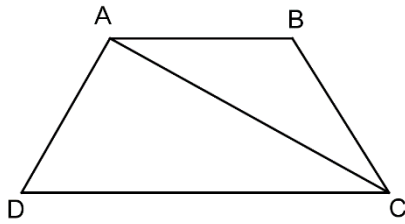
AD חוצה זווית A

EF קטע אמצעים במשולש

הוכיחו: המרובע EFDB הוא מעוין.

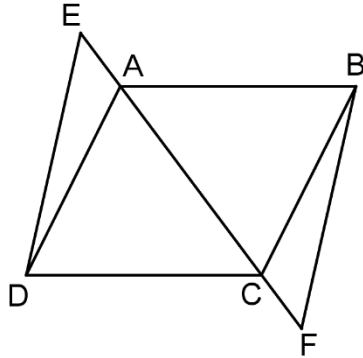
**שאלה 9**

במרובע ABCD האלכסון AC חוצה את הזווית BCD.  
נתון:  $BC = AB$   
הוכיחו:  $AB \parallel DC$



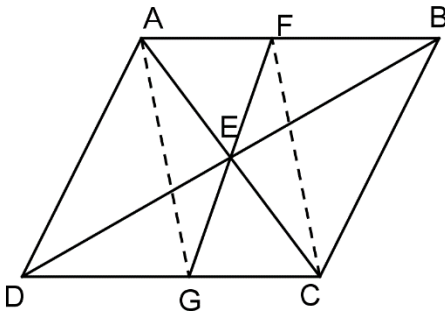
**שאלה 10**

המרובע ABCD הוא מקבילית.  
E ו-F הן נקודות על האלכסון BD.  
נתון:  $DF = BE$   
הוכיחו:  $AE = CF$



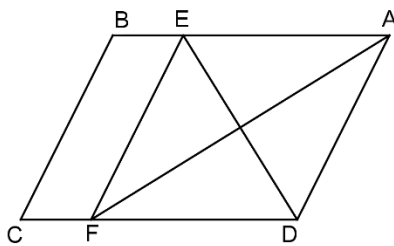
**שאלה 11**

המרובע ABCD הוא מקבילית שאלכסוניה נחתכים בנקודה E.  
הנקודה E נמצאת על הקטע FG.  
הוכח: המרובע AFCG הוא מקבילית.



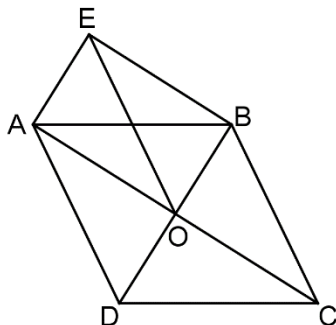
**שאלה 12**

במקבילית ABCD, הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-DC, כך ש-AF חוצה את הזווית BAD ו-DE חוצה את הזווית ADC.  
הוכח: המרובע ADFE הוא מעוין.



**שאלה 13**

אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O.  
המרובע BCOE הוא מקבילית.  
א. הוכיחו כי המרובע ADOE הוא מקבילית.  
ב. הוכיחו כי המרובע ABOE הוא מלבן.





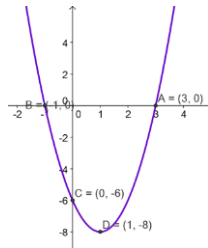
פתרונות

שאלה 1 א. IV ב.  $x = \sqrt{72}$  , ג.

שאלה 2 א. II, V, ב. I  $-\frac{1}{4a-b}$  (II) ערך הביטוי  $= \frac{1}{3}$  ג.  $x \neq 0, 1, -1, 4$  ,  $\frac{2(x-1)}{x^2}$

שאלה 3 מידות המגרש: 10 מ', 12 מ'

שאלה 4 א. פתיחת סוגריים והגעה לתבנית זהה. ב. חיתוך עם הצירים:  $(3,0)$ ,  $(-1,0)$ ,  $(0,-6)$ . משוואת ציר



סימטריה:  $x=1$ , שיעורי קודקוד:  $(1, -8)$ .  
ג. סקיצה

שאלה 5 א.  $y = -x - 2$  ב.  $y = -x$  ג.  $(-3, 3)$  ד. 3 יח"ר

שאלה 6 א.  $I - g(x)$ ,  $II - f(x)$  ב.  $A(2,0)$ ,  $B(7,-5)$  ג.  $\sqrt{50}$  ד.  $x < 2$  או  $x > 7$

שאלה 7 א. 45 ש, ב. 80 ש, ג. 75 ש. הוא הוזל ב 25 ש. ד. 25% ה.  $y = 0.75x$

שאלה 8

1)  $y = 3x - 7$  2)  $y = -\frac{5}{3}x + 5$  3)  $y = \frac{3}{4}x - 2$  א,  $y = \frac{1}{4}x - 2$  ב) 4)  $y = -\frac{1}{2}$  5)  $y = \frac{1}{2}x$

שאלה 9 א. דרך ב', ב. III, ג. דרך א', ד. לא.

שאלה 10 א.  $A(3,4)$ ,  $B(3,-2)$ ,  $C(1,0)$ ,  $D(5,0)$  ב.  $AB = 6$  ג.  $EF = 3$ ,  $HG = 2$

ד.  $S_{\Delta AED} = 2$ ,  $S_{\Delta CFG} = 6$ ,  $S_{\Delta HAB} = 3$  ה.  $S_{CHGD} = 3$ ,  $S_{ACBD} = 12$

שאלה 11 א.  $(-1, 9)$  , ב.  $y = -3x + 6$  ג. 27 יח"ש, ד. 1

שאלה 12 א.  $A(-1, 2)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(0, -3)$ ,  $D(2, -7)$  , ב.  $y = 2$  ג.  $EC=5, AB=6$

שאלה 13

|                          |                  |                |             |                 |             |
|--------------------------|------------------|----------------|-------------|-----------------|-------------|
| 1) $x = \pm 6$           | 4) $x = 2, 3$    | 7) $x = -2$    | 10) $x = 0$ | 13) $x = 6$     | 16) $x = 4$ |
| 2) $x = 0, \frac{10}{3}$ | 5) $x = -8$      | 8) $x = -4, 6$ | 11) $x = 2$ | 14) $x = -2$    |             |
| 3) $x = 1, 8$            | 6) $x = 0, 4, 5$ | 9) $x = 1, 10$ | 12) אינסוף  | 15) $x = -0.75$ |             |

שאלה 14 א.  $(4, -1)$  , ב.  $x > 4$  ג.  $x < 4$

שאלה 15 34 ס"מ

שאלה 16 25 ארגזים, 48 כוסות בכל ארגז

שאלה 17 25 מ', 45 מ'



**שאלה 18**

|                          |                               |                              |                                     |                              |                               |
|--------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $x \neq 4$<br>$x = 1$ | 2) $x \neq \pm 8$<br>$x = 12$ | 3) $x \neq \pm 3$<br>$x = 5$ | 4) $x \neq \pm 3$<br>$x = -1, 5, 6$ | 5) $x \neq \pm 2$<br>$x = 3$ | 6) $x \neq \pm 1$<br>$x = 11$ |
|--------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|

**שאלה 19**

א.  $A(0, 16)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(-4, 0)$ ,  $D(8, 0)$     ב.  $M(4, 8)$     ג.  $P(8, 12)$      $Q(-4, 24)$   
ד.  $R(12, 16)$      $S(6, 4)$

**שאלה 20**

|              |              |                            |              |             |                       |
|--------------|--------------|----------------------------|--------------|-------------|-----------------------|
| 1) $(4, -1)$ | 2) $(-3, 4)$ | 3) $(-3, -24)$<br>$(5, 0)$ | 4) $(-1, 7)$ | 5) $(1, 0)$ | 6) $(3, 9)$ $(5, 29)$ |
|--------------|--------------|----------------------------|--------------|-------------|-----------------------|